

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК**

ВИПУСКНА РОБОТА

на тему:

**«Безконтактне оперативне вимірювання
швидкості за допомогою функції непропорційності»**

Завідувач

випускаючої кафедри

Керівник роботи

Студента групи ІН – 61

Довбиш А.С.

Авраменко В.В.

Кравченко В.А.

СУМИ 2020

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра комп'ютерних наук

Затверджую _____

Зав. кафедрою Довбиш А.С.

“ _____ ” _____ 2020 г.

ЗАВДАННЯ до випускної роботи

Студента четвертого курсу, групи ІН-61 спеціальності “Інформатика”
денної форми навчання Кравченка Владислав Андрійовича.

**Тема: «Безконтактне оперативне вимірювання швидкості за допомогою
функції непропорційності»**

Затверджена наказом по СумДУ

№ _____ от _____ 2020 г.

Зміст пояснювальної записки: 1) аналітичний огляд кореляційного вимірювача швидкості; 2) постановка завдання й формування завдань дослідження; 3) опис основних положень, математичних моделей і критеріїв, що використовуються при вимірюванні швидкості за допомогою функції непропорційності; 5) розробка алгоритму й програмного забезпечення;

Дата видачі завдання “ _____ ” _____ 2020 г.

Керівник випускної роботи _____ Авраменко В.В.

Завдання прийняв до виконання _____ Кравченко В.А.

Реферат

Записка: 49 стор., 2 рис., 3 табл., 1 додаток, 17 джерел.

Об'єкт дослідження – алгоритм для безконтактного оперативного вимірювання швидкості.

Мета роботи - розробка алгоритму і комп'ютерної програми для безконтактного оперативного вимірювання швидкості за допомогою функції непропорційності.

Методи дослідження - застосовувалися функції непропорційності та метод Рунге-Кутта 4-го порядку.

Результати - розроблено алгоритм і комп'ютерну програму для безконтактного оперативного вимірювання швидкості за допомогою функції непропорційності

КОРЕЛЯЦІЙНИЙ ВИМІРЮВАЧ ШВИДКОСТІ, ЕРГОДИЧНИЙ СИГНАЛ,
СТАЦІОНАРНИЙ СИГНАЛ, ВЗАЄМНА КОРЕЛЯЦІЙНА ФУНКЦІЯ,
ФУНКЦІЯ НЕПРОПОРЦІЙНОСТІ, МЕТОД РУНГЕ-КУТТА 4-ГО ПОРЯДКУ,
НЕПРОПОРЦІЙНІСТЬ.

Зміст

Введення.....	5
1 ЛІТЕРАТУРНИЙ ОГЛЯД	6
1.1 Випадкові процеси	6
1.1.1 Стаціонарні випадкові процеси.....	7
1.1.2 Ергодичні випадкові процеси.....	9
1.1.3 Взаємна кореляційна функція.....	10
1.2 Існуючі способи безконтактного вимірювання швидкості	11
1.2.1 Кореляційний вимірювач швидкості.....	12
1.3 Функція непропорційності.....	13
1.3.1 Застосування характеристик непропорційності функцій.....	21
2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ	26
2.1 Математична постановка задачі.....	26
2.1.1 Вибір методу розв'язання задачі.	28
2.1.2 Хід розв'язання задачі	29
3 ПРОЄКТУВАННЯ І РЕАЛІЗАЦІЯ	32
3.1 Алгоритми розв'язання задачі	32
3.1.1 Блок-схема	34
3.2 Інструкція для користування.....	35
3.3 Контрольні приклади	36
Висновки.....	40
Список літератури.....	41
Додаток А	44
А.1 Програмна реалізація	44

Введення

Безконтактне вимірювання швидкості переміщення об'єктів широко застосовується в металургійній, кабельній, хімічній, целюлозно-паперовій, текстильній, деревообробній промисловості в автоматизованих системах управління, розкрою та звіту.

Особливо актуальним є вимірювання швидкості руху агресивних середовищ.

Широке застосування знайшли кореляційні вимірювачі швидкості, в яких обчислюється взаємна кореляційна функція двох випадкових процесів [1]. При цьому процеси повинні бути стаціонарними, ергодичними. Ці умови не завжди виконуються. Тому розробка нових методів безконтактного вимірювання швидкості переміщення є актуальною.

В цій роботі розглядається новий метод розв'язання задачі на базі функції непропорційності по похідній першого порядку. Розроблено алгоритм і створено комп'ютерну програму. Приведені результати чисельного моделювання роботи системи вимірювання швидкості.

1 ЛІТЕРАТУРНИЙ ОГЛЯД

1.1 Випадкові процеси

Математичними моделями випадкових сигналів і перешкод є випадкові процеси. Випадковим процесом (ВП) називається зміна випадкової величини в часі. До випадкових процесів відноситься більшість процесів, що протікають в радіотехнічних пристроях, а також перешкоди, які супроводжують передачу сигналів по каналах зв'язку [2]. Випадкові процеси можуть бути безперервними (БВП), або дискретними (ДВП) в залежності від того, яка випадкова величина безперервна або дискретна зміняться у часі [2]. Надалі основну увагу буде приділено БВП. Випадковий процес може бути представлений або сукупністю (ансамблем) реалізацій, або однієї, але досить протяжної в часі реалізацією. Як і випадкові величини, випадкові процеси описуються законами розподілу та імовірнісними (числовими) характеристиками. Імовірнісні характеристики можуть бути отримані як усереднення значень випадкового процесу по ансамблю реалізацій, так і розподілених на одній реалізації [2].

Розглянемо два типи випадкових процесів: стаціонарний випадковий процес та ергодичний випадковий процес.

Також розглянемо взаємну кореляційну функцію.

1.1.1 Стаціонарні випадкові процеси

Важливою особливістю випадкової функції є залежність властивостей такої функції від початку відліку часу. Відповідно до цього розглядають стаціонарні та нестаціонарні випадкові процеси.

Для стаціонарних випадкових функцій всі багатовимірні закони розподілу залежать тільки від взаємного розміщення моментів часу $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$, а не від самих значень цих величин.

Випадковий процес називається стаціонарним випадковим процесом, якщо його характеристики не змінюються зі зміною його аргументу, тобто однакові у всіх перетинах процесів $X(t)$ і $X(t + t_0)$, де t_0 – будь-яке фіксоване число [3].

Отже, у стаціонарному процесі функції щільності ймовірностей не змінюються при заміні аргументу t на $t + t_0$, тобто:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1 + t_0, t_2 + t_0, \dots, t_n + t_0), \quad (1.1.1)$$

де $n = 1, 2, \dots, -\infty < t_0 < +\infty$.

Областю визначення такого процесу може бути або один з інтервалів $(-\infty; +\infty)$, $[0; +\infty)$, або множина всіх цілих чи додатних чисел.

Стаціонарний випадковий процес можна аналізувати, починаючи з будь-якого моменту часу, оскільки він знаходиться, по суті, в стані ймовірної рівноваги [3].

Обчислюючи математичне сподівання і кореляційну функцію стаціонарної функції $X(t)$, дістанемо:

$$m_x(t) = \text{const}, \quad m_x(t) = \text{const}, \quad K_x(t_1, t_2) = K_x(t_2 - t_1) \quad (1.1.2)$$

Умови (1.1.2) є необхідними, але недостатніми для стаціонарності функції. Вони можуть виконуватись, а умова (1.1.1) порушуватись, починаючи з деякого значення n , і тоді процес буде нестаціонарним. Враховуючи те, що часто обмежуються застосуванням кореляційної теорії випадкових процесів, поняття стаціонарності розширили, використовуючи умови (1.2) як означення

стаціонарності функції. Таке означення стаціонарності, яке вперше запропонував А. В. Хінчин, має назву стаціонарності у широкому розумінні [3].

1.1.2 Ергодичні випадкові процеси

При здійсненні прикладного статистичного аналізу випадкових сигналів важливою й завжди бажаною для дослідника їх властивістю є ергодичність, що дозволяє значно зменшити необхідний обсяг спостережень [4]. На практиці, як правило, ергодичність досліджуваного процесу просто постулюється, тому важливе значення має застосування таких математичних моделей, для яких ергодичність була б характерною для них властивістю. Лінійні випадкові процеси поширені в задачах математичного, комп'ютерного моделювання та обробки випадкових сигналів у радіотехніці, гідроакустиці, радіофізиці, геофізиці, технічній та медичній діагностиці, енергетиці та інші. Можна показати, що стаціонарна у вузькому розумінні гільбертова лінійна випадкова послідовність є ергодичною відносно математичного сподівання, кореляційної функції, одновимірних характеристичної функції та функції розподілу [4].

1.1.3 Взаємна кореляційна функція

Взаємна кореляційна функція двох випадкових функцій $\xi(x)$ та $\eta(y)$ – це функція двох змінних x та y , що при довільних x та y є коваріацією величин $\xi(x)$ та $\eta(y)$: $r_{\xi\eta}(x, y) = M(\xi(x) - M\xi(x))(\eta(y) - M\eta(y))$ [1].

Аргумент $l\Delta$ взаємної кореляційної функції – це зсув $(j + p)$ -го ряду відносно j -го. Оцінка за кількома парами профілів, що віддалені один від одного на відстань ph (h – відстань між сусідніми профілями), служить одночасно оцінкою двовимірної кореляційної функції випадкового поля:

$$R(l\Delta, ph) = \frac{1}{n - p} \sum_{j=1}^{n-p} r_{j, j+p}(l\Delta) (h \geq 0),$$

$$R(l\Delta, ph) = R(-l\Delta, -ph) (h < 0), \quad R^{(N)}(l\Delta, ph) = R(l\Delta, ph)/R(0,0).$$

Значення $\tau_0 = l_0\Delta$, при якому $r_{j, j+p}(\tau)$ максимальне, показує переважний зсув корельованих аномалій у $(j + p)$ -му ряді відносно j -го. Міжпрофільна кореляція з урахуванням цього зсуву підсилює ефект фільтрації [1].

1.2 Існуючі способи безконтактного вимірювання швидкості

Існує багато способів і приладів для безконтактного вимірювання швидкості. Вони використовуються для безпосереднього визначення швидкості об'єкта не маючи прямого доступу до нього. Всі існуючі прилади вимірюють швидкість в тих умовах, для яких їх було створено. Наприклад, є «Вимірювання швидкості силою Лоренца» - це безконтактний електромагнітний метод визначення швидкості та витрат електропровідних рідин [5]. Так деякі з них більш ефективні за інші та навпаки.

Розглянемо спосіб, для якого необхідно два джерела світла, щоб визначити швидкість. Ми розглянемо саме кореляційний вимірювач швидкості.

1.2.1 Кореляційний вимірювач швидкості

Кореляційний вимірювач швидкості відноситься до області радіолокації і може бути використано в бортових навігаційних системах [6].

Цей пристрій - реалізує спосіб вимірювання швидкості літального апарата відносно підстильної поверхні, що полягає у визначенні кореляційної тимчасової затримки по рівності коефіцієнта автокореляції в одному з прийомних каналів, коефіцієнту взаємної кореляції сигналів двох приймачів, обчисленні коефіцієнта автокореляції в другому приймальному каналі і знаходженні тимчасового положення максимуму функції взаємної кореляції сигналів цих приймачів. При цьому для обчислення швидкості використовують середнє значення коефіцієнтів автокореляції [6].

Основним недоліком даного пристрою є використання двох прийомних антен, що не дозволяє проводити вимірювання з заданою точністю при еволюціях об'єкта над широким діапазоном типів поверхонь (море, ліс і т.п.). Варіант розташування приймальних антен, не дозволяє проводити вимірювання при малих кутах знесення (за відсутності зносу), тому що в цьому випадку максимум коефіцієнта взаємної кореляції визначається розносом антен по поперечній осі літального апарату [6]. При малих кутах знесення коефіцієнт взаємної кореляції малий, що веде до підвищених погрішностей вимірювання складових вектора шляхової швидкості. Підвищити коефіцієнт взаємної кореляції можливо шляхом зближення прийомних антен, однак мінімальна відстань між антенами обмежена їх геометричними розмірами.

Крім того, конструкція антени системи не дозволяє розміщувати пристрій на відносно вузькому і довгому борту літальних апаратів [6].

1.3 Функція непропорційності

Існує ряд задач, для розв'язання яких необхідно на додаток до відомих визначити нові характеристики числових функцій. Як приклад розглянемо задачу технічної діагностики великого класу квазістаціонарних об'єктів, статистичні характеристики яких, зняті при фіксованому часі мають вигляд:

$$y = k(t)x. \quad (1.1)$$

Тут:

x, y – відповідно вхідний і вихідний параметри;

t – час;

$k(t)$ – змінюються повільно у порівнянні з вихідним процесом $x(t)$.

До таких об'єктів належать підсилювачі, перетворювачі, канали телеметрії, стежучі системи, багато датчиків. При фіксованому моменті часу « t » значення $k(t)$ вираз (1.1), як відомо, показує пропорційну залежність між « x » і « y ». Ця пропорційність є головною ознакою для оцінки технічного стану об'єктів зазначеного класу. Поки статична характеристика, отримана в фіксований момент часу « t », має вигляд (1.1), об'єкт вважається справним. Погіршення технічного стану об'єкта призводить до того, що пропорційність між « x » і « y » порушується хоча б при деяких значеннях « x ». Статична характеристика в загальному випадку набуває вигляду:

$$y = k(x, t)x + b(t), \quad (1.2)$$

де $b(t) \neq 0$.

Система технічної діагностики повинна виявити це погіршення і оцінити його кількісно. Для цього найпростіше було б порівняти значення функцій (1.1) і (1.2) при « x », що збігаються. Однак для квазістаціонарних об'єктів $k(t)$ в (1.1) змінюється в часі, як правило, випадково і визначити, яким має бути його значення для поточного режиму роботи дуже складно.

Таким чином для оцінки технічного стану об'єкта розглянутого класу потрібно для кожного значення « x » з області існування функції (1.2) визначити чи зберігається пропорційність його зв'язку з « y » і якщо немає, то наскільки вона

відрізняється від пропорційної. При цьому порівняння значень функцій (1.1) і (1.2) виключається через невідоме значення $k(t)$ в (1.1).

Розглянемо на прикладі задачі

Дано безліч « X » дійсних чисел і безліч « T » дійсних упорядкованих чисел. Необхідно визначено множину « Y » числових дійсних функцій

$$y = f(x, t), \quad (1.3)$$

де $x \in X, t \in T$. На множині Y необхідно визначити функціонал, який повинен дорівнювати нулю, якщо при заданих значеннях $x \in X$ і $t \in T$ зв'язок між « x » і $y = f(x, t)$ є пропорційним.

Розв'язання задачі

Спочатку розв'яжемо задачу для функції однієї змінної $y = f(x), x \in X$. В математиці пропорція – рівність двох співвідношень. Відомо, що для $y = f(x), \frac{dy}{dx}$ є межею відношення $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \rightarrow 0$. Отже, якщо при заданому $x \in X$ виконується умова:

$$\frac{y}{x} = \frac{dy}{dx}. \quad (1.4)$$

Можна вважати, що в досліджуваній точці зв'язок між « x » та « y » пропорційний. Для $y = cx$, де $c = const$, умова (1.4) виконується у всій області задання функції. У загальному випадку для $y = f(x)$ може виконуватись лише для окремих значень « x » або зовсім не виконуватись.

Визначення 1. Непропорційність по похідній першого порядку функції $y = f(x)$ по « x » називається різниця між $\frac{y}{x}$ і $\frac{dy}{dx}$.

Позначимо її як:

$$@d_x^{(1)} y = \frac{y}{x} - \frac{dy}{dx}. \quad (1.5)$$

Символ @ обраний для позначення операції визначення непропорційності, d - від англійського *derivative* (похідна). Ліва частина читається як «эт d» один «у» по «х».

Геометрично непропорційність (1.5) являє собою різницю тангенсів двох кутів. Перший з них - кут між позитивним напрямком осі «OX» і прямою, що з'єднує початок координат з точкою $M(x, y)$.

Теорема. Функція $y = cx$, де $c = const$, являється єдиною, для якої

$$\frac{y}{x} = \frac{dy}{dx} \quad (1.5.1)$$

задається по всій області її задання.

Доказ зводиться до отримання спільного рішення диференціального рівняння (1.5.1) зі змінними. Легко переконатися, що єдиним спільним рішенням є $y = cx$, де $c = const$, що і треба було довести.

Перехід до функції двох змінних $y = f(x, t)$, де $x \in X, t \in T$, передбачає задання значення « t » при вивченні пропорційності між « x » і « y ». Звідси непропорційність по похідній першого порядку функції $y = f(x, t)$ по « x » при заданому значенні « t » має вигляд:

$$@d_x^{(1)} = \frac{f(x, t)}{x} - f'_x(x, t). \quad (1.6)$$

Вираз (1.6) відповідає вимогам, викладеним в постановці завдання, і може бути прийнятий в якості шуканого функціоналу.

Приклад 1. Нехай $y = k(t)x + b$. При фіксованому часі « t », $k(t) = c$. Тут b, c – константи. Тоді $@d_x^{(1)} y_t = \frac{b}{x}$. При $b=0$ $@d_x^{(1)} y_t = 0$, що і повинно бути при наявності пропорційного зв'язку між « x » та « y ».

Приклад 2. $y = -kx \ln|cx|$, де k, c – константи. $@d_x^{(1)} y = k$

Приклад 3. $y = kx^2 + cx$, де k, c – константи. $@d_x^{(1)} y = kx$

Для багатомірної функції $f = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_p, t)$ визначимо часткову непропорційність по похідній першого порядку по « x_i »

$$@\partial_{x_i}^{(1)} = \frac{f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_p, t)}{x_i} - f'_{x_i}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_p, t). \quad (1.7)$$

Приклад. Нехай $y = k_1(t)x_1 + k_2(t)x_2$. При фіксованому « t », $k_1(t) = c_1$, $k_2(t) = c_2$, де « c_1 » і « c_2 »- константи. Тоді

$$@\partial_{x_1}^{(1)} y_t = \frac{y}{x_1} - \frac{\partial y}{\partial x_1} = c_2 \frac{x_2}{x_1}.$$

Непропорційність по похідній n-порядку

Визначимо поняття непропорційності по похідній n-порядку, яка повинна бути рівною нулю для

$$@\partial_x^{(n)} y = c_n \frac{y}{x^n} \quad (1.8)$$

у всій області її визначення. Тут $c = const$, n - ціле число, яке більше нуля.

Для (1.8) виконується рівність:

$$\frac{y}{x^n} = \frac{1}{n!} \frac{\partial^n y}{\partial x^n}. \quad (1.9)$$

Визначення 2. Непропорційністю по похідній n-порядку функції $y = f(x)$ по «x» є:

$$@d_x^{(n)} y = \frac{y}{x^n} - \frac{1}{n!} \frac{\partial^n y}{\partial x^n}, \quad (1.10)$$

де n - ціле число, яке більше нуля.

Непропорційність по похідній n-порядку функції $y = f(x, t)$ при фіксованому значенні «t» має вигляд:

$$@d_x^{(n)} y_t = \frac{f(x, t)}{x^n} - \frac{1}{n!} \frac{\partial^n y}{\partial x^n} \quad (1.11)$$

де n - ціле число, яке більше нуля.

Приклад. Нехай $y = k(t)x^3$. При фіксованому «t», $k(t) = c = const$. Тоді відповідно до (1.11) для:

$$n=1 \quad @d_x^{(1)} y_t = 2cx^2,$$

$$n=2 \quad @d_x^{(2)} y_t = 2cx,$$

$$n=3 \quad @d_x^{(3)} y_t = 0.$$

У загальному випадку при обчисленні непропорційності по похідній, початок координат може бути перенесено в довільну точку відповідно до правил паралельного перенесення осей координат. Для фіксованого «t» при перенесенні початку координат в точку $M(x_0, y_0, t)$ вираз (1.11) перетвориться до виду:

$$@d_{x-x_0}^{(n)}(y - y_0) = \frac{f(x,t) - y_0}{(x-x_0)^n} - \frac{1}{n!} \frac{\partial^n f(x,t)}{\partial x^n}. \quad (1.11.1)$$

Для $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_p, t)$ визначимо часткову непропорційність по похідній n-порядку «у» по « x_y » при заданому « t »

$$@\partial_{x_i}^{(n)} y_t = \frac{y}{x_i^n} - \frac{1}{n!} \frac{\partial^n y}{\partial x_i^n}. \quad (1.12)$$

Непропорційність по похідній при параметричному завданні функції

$$\text{Нехай } x = \varphi(t), y = \psi(t), \quad (1.12.1)$$

Де $t \in [T_1, T_2]$ та існує зворотня функція $t = \Phi(x)$.

Таким чином, функція «у» від « x » задана параметрично. В цьому випадку непропорційність по похідній n-го порядку функції $y = \psi(\Phi(x))$ по « x » визначається згідно (1.10) з урахуванням правил знаходження $\frac{d^n y}{dx^n}$ при параметричному завданні залежності «у» від « x ».

Зокрема, для $n=1$,

$$@d_x^{(1)} y = @_{\Phi(t)}^{(1)} \psi(t) = \frac{y}{x} - \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{\psi(t)}{\Phi(t)} - \frac{\psi'_t(t)}{\Phi'_t(t)}. \quad (1.13)$$

Непропорційність (1.13) є функцією параметра « t ». Для $\psi(t) = c\phi(t)$, де $c = const$, вона рівна нулю по всій області змін « t ».

Непропорційність по похідній можна обчислити не тільки для функції $y = f(x, t)$, але і для її непропорційної по похідній будь-якого порядку. Послідовне (m-раз) визначення непропорційності по похідній n-порядку для $y = f(x, t)$ позначимо як $@(m)@d_x^{(n)} y_t$. Домовимося її називати як m-непропорційність по похідній n-порядку $y = f(x, t)$ по « x ». Наприклад, $@(3)@d_x^{(1)} y_t$ означає $@d_x^{(1)} [@d_x^{(1)} [@d_x^{(1)} y_t]]$.

Властивості непропорційності по похідній n-порядку

1. Нижче наведені деякі властивості непропорційності по похідній, легко виводяться з виразу (1.11).
2. Множення функції $y = f(x, t)$ на постійний множник «С» призводить до множення її непропорційності по похідній n-порядку.

3. Непропорційність по похідній n-порядку суми (різниці) функцій дорівнює сумі (різниці) їх непропорційності (1.11).
4. Для $y = k(t)x^n$, де n – ціле число яке більше нуля, при фіксованому значенні «t», $@d_x^{(n)} y_t = 0$ по всій області задання функції.
5. Ще одна властивість впливає з доведення теореми.

Теорема. Дана функція $y = f(x, t)$, $x \in X, t \in T$. Нехай $@d_x^{(n)} y_t \neq 0$, але $@(n)@d_x^{(1)} y_t = 0$. Доведемо, що в цьому випадку $y = f(x, t)$ має вигляд:

$$y = k_n(t)x^n + k_{n-1}(t)x^{n-1} + \dots + k_1(t)x, \quad (1.14)$$

де $k_n(t), k_{n-1}(t), \dots, k_1(t)$ - фіксовані для заданого значення «t» коефіцієнти; $k_n(t) \neq 0$ і не дорівнює нулю хоча б один з інших коефіцієнтів; n - ціле число більше нуля.

Доведення. Переконаємося, що непропорційність по похідній n-порядку не дорівнює нулю. Відповідно до (1.11)

$$@d_x^{(n)} y_t = \frac{1}{x^n} [k_{n-1}(t)x^{n-1} + k_{n-2}(t)x^{n-2} + \dots + k_1(t)x]. \quad (1.15)$$

За умовою, хоча б один з $k_{n-1}(t), k_{n-2}(t), \dots, k_1(t)$ не дорівнює нулю. Отже, непропорційність (1.15) також не дорівнює нулю.

Тепер знайдемо послідовність з n непропорційності по похідній першого порядку для (1.14).

Для зручності кожену непропорційність в цій послідовності будемо позначати через Z з відповідним індексом:

$$\begin{aligned} Z_1 &= @d_x^{(1)} y_t \\ &= -[(n-1)k_n(t)x^{n-1} + (n-2)k_{n-1}(t)x^{n-2} + \dots + 2k_3(t)x^2 \\ &\quad + k_2(t)x]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_2 &= @d_x^{(1)} Z_1 = [(n-1)(n-2)k_n(t)x^{n-2} + (n-2)(n-3)k_{n-1}(t)x^{n-3} + \dots \\ &\quad + 3 * 2k_4(t)x^2 + 2k_3(t)x]; \end{aligned}$$

$$Z_i = @d_x^{(1)} Z_{i-1} = (-1)^i \sum_{j=i}^n k_j(t)x^{j-i} \prod_{m=1}^i (j-m);$$

$$Z_{n-1} = @d_x^{(1)} Z_{n-1} = (-1)^{n-1} (n-1)! k_n(t)x;$$

$$Z_n = @d_x^{(1)} Z_{n-1} = 0.$$

Теорема доведена.

Непропорційність за значенням.

Непропорційність по похідній першого порядку (1.5) визначає для заданого «х» різницю між двома швидкостями зміни «у» від «х». Перша з них - швидкість, яка мала б місце в разі пропорційної залежності між «у» і «х» в досліджуваній точці з коефіцієнтом пропорційності рівним $\frac{y}{x}$. Друга – дійсно наявна швидкість $\frac{dy}{dx}$. Відповідну різницю для похідної n-порядку дає вираз (1.10). Однак для порівняння відхилень залежності «у» від «х» від пропорційної в окремих точках області задання функції $y = f(x, t)$, зручніше замість оцінки непропорційності по похідній використовувати відповідну оцінку за значенням «х».

Визначення 3. Непропорційністю за значенням « x^n » функції $y = f(x, t)$ називається множення « x^n » на непропорційність по похідній n-порядку $@d_x^{(n)} y_t$ (1.10). Тут n-ціле число яке більше нуля. Позначимо її як $@v_x^{(n)} y$ від англійського слова *value* – значення.

$$@v_x^{(n)} y = y - \frac{x^n}{n!} \frac{d^n y}{dx^n}. \quad (1.16)$$

Зокрема для $n=1$,

$$@v_x^{(1)} y = y - x \frac{dy}{dx}. \quad (1.17)$$

Ліва частина (1.18) читається як «*эт v*» один «у» по «х».

Вираз (1.17) являє собою різницю між «у» і його можливим значенням, знайденим в допустимій пропорційній залежності між «у» і «х» з коефіцієнтом пропорційності рівним $\frac{dy}{dx}$ в досліджуваній точці. Для $y = f(x, t)$, $x \in X, t \in T$ непропорційність за значенням « x^n », де n-ціле число яке більше нуля, визначається при фіксованому «t».

$$@v_x^{(n)} y_t = y - \frac{x^n}{n!} \frac{d^n y}{dx^n}. \quad (1.18)$$

При перенесенні початку координат в точку $M(x_0, y_0, t)$ для фіксованого «t» вираз (1.11) перетворюється до виду

$$@v_{x-x_0}^{(n)} (y - y_0) = f(x, t) - \frac{(x-x_0)^n}{n!} \frac{\partial^n f(x, t)}{\partial x^n}. \quad (1.18.1)$$

При параметричному заданні функції відповідно до (1.13)

$$@v_x^{(1)} y = @v_{\phi(t)}^{(1)} \Psi(t) = \Psi(t) - \phi_t(t) \frac{\Psi'_t(t)}{\phi'_t(t)}. \quad (1.19)$$

1.3.1 Застосування характеристик непропорційності функцій

1. У вступі наведено клас об'єктів, які в справному стані мають статичні характеристики виду (1.1). Неконтрольований вплив на параметри такого об'єкта може призвести до погіршення його технічного стану і, як наслідок, до відхилення вираження для статичної характеристики виду (1.1). Обчислення непропорційності статичної характеристики за значенням x^n (1.18) при $n=1$ і фіксованому параметрі (часу) « t » для одного або декількох значень « x » дозволяє отримати інформацію, необхідну як для оцінки технічного стану об'єкта, так і знаходження причин його погіршення. Так, наприклад, якщо для заданих « x » і « t » $@v_x^{(1)}y_t \neq 0$, це може свідчити або про те, що при $t=const$ статична характеристика не проходить через початок координат, або про нелінійність $y = f(x, t)$. Так нелінійність може бути наслідком появи неконтрольованих зворотніх зв'язків. Зіставлення значень $@v_x^{(1)}y_t$ для кількох значень « x » може дозволити знайти причину цих змін.

Непропорційність (1.18), обчислена для цілого $n>1$, може використовуватися при діагностиці пристроїв, статичні характеристики яких описуються виразом $y = k(t)x^n$, наприклад, квадратів.

2. Неконтрольований вплив на параметри об'єкта можуть являти собою випадкові процеси. Відповідно випадковим процесом буде зміна в часі « t » непропорційності (1.18) для статичної характеристики $y = f(x, t)$ при заданому « x » та $n=1$ $@v_x^{(1)}y_t$. Контролюючи характеристику $@v_x^{(1)}y_t$ і досліджуючи її статистичний зв'язок з іншими процесами, можна отримати інформацію, необхідну для встановлення причин погіршення технічного стану об'єкта.

3. Існує клас виробничих технологічних установок, для яких необхідна залежність між витратою « x » ресурсу і кількістю « y » випущеної з нього продукції на відрізку $[x_0, x_k]$ описується виразом

$$y = k(t)(x - x_0) + b_0,$$

де $b_0 \leq 0$ - допустима величина втрат продукції у виробничому процесі; t - час; $k(t)$ - визначається зміною випадкових в часі характеристик ресурсу такими, як процентний вміст корисного продукту в перероблянні сировини, калорійність, зольність, вологість палива, що спалюється та ін.. Зазвичай визначення поточних значень цих характеристик є складним завданням і не реалізується. Тому значення $k(t)$ будемо вважати невідомим.

Якщо якість технологічного процесу оцінювати тільки величиною втрат продукції, то ознакою найкращого його протікання є пропорційність між $(y - b_0)$ і $(x - x_0)$ незалежно від значення $k(t)$.

$$y - b_0 = k(t)(x - x_0) \quad (1.19.1)$$

Зазвичай « x » і « y » - випадкові функції часу. Для багатьох технологічних установок $x(t)$, $y(t)$ і $k(t)$ - квазістаціонарні випадкові процеси, що і дозволяє визначати поточне в момент часу t - рівняння регресії для « x » і « y ». Потрібно, щоб воно мало вигляд (1.19.1).

Припустимо, що для $x \in [x_0, x_k]$, $k(t)$ і величина втрат не залежать від « x ». Тоді поточне рівняння регресії виглядає як

$$y = k(t)(x - x_0) + b(t), \quad (1.19.2)$$

де $b(t) \in [b_0 + \Delta b(t)] \leq 0$ - поточна величина втрат продукції.

Існує багато технологічних процесів, для яких безпосереднє визначення поточних значень втрат $b(t)$ є дуже складним і тому не здійснюється. Таким чином, для оцінки якості технологічного процесу за величиною втрат продукції потрібно для значення $x \in [x_0, x_k]$ визначити чи є зв'язок між $(y - b_0)$ і $(x - x_0)$ пропорційним для поточного рівняння регресії (1.19.1) і якщо немає, то наскільки він відрізняється від пропорційного. При цьому порівняння значень функції (1.19.1) і (1.19.2) виключається через невідоме значення $k(t)$ в (1.19.1). Це завдання вирішується за допомогою непропорційності (1.18.1) поточного рівняння регресії (1.19.2) для фіксованого « t » при $n=1$ і перенесення початку координат в точку $M(x_0, b_0, t)$. Дійсно відповідно до (1.11.1) і (1.18.1) для (1.19.2)

$$\textcircled{v}_{(x-x_0)}^{(1)}(y - b_0) = \Delta b(t),$$

що і було потрібно отримати.

4. Непропорційність за значенням «х» (1.19) при параметричному заданні функції «у» від «х» рекомендується використовувати для поточного контролю спотворень сигналу $y = \psi(t)$ на виході діагностування пристрою в порівнянні з вхідним сигналом $x = \varphi(t)$. Причинами спотворень можуть бути вплив динаміки об'єкта, нелінійність його статичної характеристики, запізнювання вихідного сигналу стосовно вхідного. Спотворенням є також поява постійної складової у вихідному сигналі. Останнє є характерним для безінерційного підсилювача в разі зсуву його статичної характеристики, коли вона, будучи лінійною, не проходить через початок координат. Очевидно, що спотворення відсутнє, тільки якщо зв'язок між вхідним $\varphi(t)$ і вихідним $\psi(t)$ сигналами пропорційний по всій області його дослідження, тобто коли $\psi(t) = c\varphi(t)$, де $c = \text{const}$. У цьому випадку, як видно з (1.13), $\textcircled{d}_{\varphi(t)}^{(1)}\psi(t) = 0$. Те, що непропорційність відмінна від нуля, свідчить про наявність спотворення сигналу $\psi(t)$ у порівнянні з $\varphi(t)$. Величина цього спотворення визначається виразом (1.19).

Існує апаратура і методи вимірювання так званих нелінійних спотворень. При цьому вихідний сигнал повинен бути гармонійним. Всі ці методи зводяться до вимірювання параметрів вищих гармонік вихідного сигналу і, як правило, використовують спектральні аналізатори. Це ускладнює застосування при аналізі апаратури. Використання запропонованих характеристик (1.13), (1.19) дозволяє обійтися без спектральних аналізаторів. Крім того, знімається обмеження, при якому вхідний сигнал повинен бути гармонійним. В результаті вимірювання спотворення сигналу може здійснюватися безпосередньо в режимі нормальної експлуатації пристрою. Характерно, що величина спотворення, як видно з (1.19), вимірюється в тих же фізичних одиницях, що і вихідний сигнал.

Кількісна оцінка спотворення сигналу на виході пристрою може представляти не тільки самостійний інтерес, але також служити інформаційною ознакою при технічній діагностиці цього пристрою.

5. Відхилення статичної характеристики від виду (1.1) зазвичай відбувається при свідомо невідомих значеннях « x ». В цьому випадку, щоб виявити і оцінити ці відхилення, необхідно обчислити інтегральні оцінки непропорційності по похідній або за значенням (в залежності від розв'язуваної задачі) для деякої області Ω_x зміни « x ». Особливо слід виділити інтегральну оцінку непропорційності по похідній першого порядку (1.6)

$$N_x^{(1)} y_t = \int_{\Omega_x} [@d_x^{(1)} y_t] dx. \quad (1.20)$$

Особливість цієї оцінки в тому, що її розмірність в фізичних одиницях виміру збігається з розмірністю для « y ». Це робить зручним дослідження зв'язків оцінки (1.2) з контрольованими параметрами об'єкта і впливами на нього з метою отримання необхідних діагностичних ознак.

6. При параметричному завданні функції « y » від « x » (1.12.1) в періодичному вхідному сигналі $x = \varphi(t)$ вихідний сигнал $y = \psi(t)$ і непропорційність (1.13), (1.19) також є періодичними функціями від параметра « t ». У цьому випадку для отримання діагностичних ознак можна використовувати інтегральну оцінку непропорційності (1.19) для деякої області Ω , зміни « t »

$$N_{\varphi(t)}^{(1)} \psi(t) = \int [@v_{\varphi(t)}^{(1)} \psi(t)] dt. \quad (1.21)$$

Наприклад, інформацію для прийняття рішення можна отримати з результату порівняння оцінки (1.21), обчисленої окремо для кожного напівперіоду.

7. Для знакозмінних непропорційно рекомендується використовувати квадратичні інтегральні оцінки при обчисленні яких під інтеграл вводиться вираз для відповідної непропорційності у квадраті. Зокрема для непропорційності (1.20) квадратична інтегральна оцінка

$$@Q_{\varphi(t)}^{(1)} \psi(t) = \int [@v_{\varphi(t)}^{(1)} \psi(t)]^2 dt. \quad (1.22)$$

При параметричному завданні функції (1.12.1) і періодичному вхідному сигналі $x = \varphi(t)$ в разі знакозмінної $@v_{\varphi(t)}^{(1)}\psi(t)$ (1.19) оцінка (1.22) дозволяє кількісно оцінити стабільність характеристик об'єкта, що діагностується.

2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розробити алгоритм і комп'ютерну програму для оперативного безконтактного вимірювання швидкості руху об'єкта при наявності адитивної завади.

2.1 Математична постановка задачі

На рис. 2.1 приведена схема для безконтактного вимірювання швидкості руху розжареної металічної стрічки.

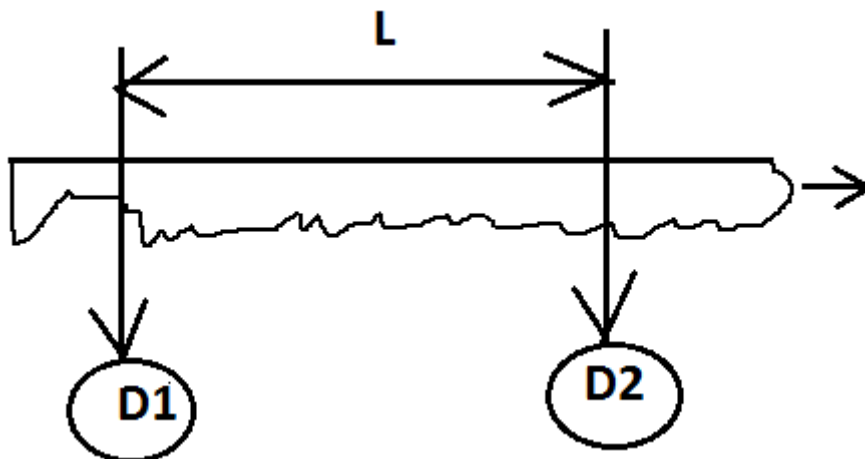


Рисунок 2.1 Схема для безконтактного вимірювання швидкості руху

На відстані L один від одного розташовані два датчики D_1 і D_2 , які фіксують випромінювання від стрічки.

Треба не торкаючись, виміряти швидкість її руху.

Позначимо сигнал від датчика D_1 через $y_1(x)$, а від датчика D_2 – через $y_2(x)$, де « x » – час.

Сигнал від D_2 являє собою ослаблений в k разів і затриманий на $\tau_{\text{тр}}$ сигнал від D_1 . Тут $\tau_{\text{тр}}$ – час, необхідний для того, щоб область стрічки, яка була навпроти D_1 , досягла місця навпроти D_2 . Крім того, на шляху від D_1 до D_2 виникає завада $\eta(x)$ внаслідок неконтрольованої зміни поверхні стрічки (осипається окалина), що впливає на випромінювання.

Таким чином,

$$y_2(t) = ky_1(t - \tau_{\text{тр}}) + \eta(t) \quad (2.1)$$

Ні коефіцієнти k , ні час транспортного запізнення $\tau_{\text{тр}}$ – невідомі. Ставиться задача по поточним даним знайти $\tau_{\text{тр}}$. Після чого обчислити швидкість руху стрічки

$$V = \frac{L}{\tau_{\text{тр}}}.$$

2.1.1 Вибір методу розв'язання задачі.

Для оперативного вимірювання швидкості в умовах невідомого значення амплітуди сигналу і наявності адитивної завади кореляційні методи не підходять, бо потребуються спостереження за сигналом протягом певного часу. При цьому сигнал повинен бути ергодичним і стаціонарним.

Для даних умов може бути використаний метод, який базується на обчисленні функцій непропорційності. Конкретно, передбачається використання непропорційності по похідній першого порядку для числових функцій, які задані параметрично.

Також передбачається розв'язання задачі Коші методом Рунге-Кутта 4-го порядку.

Для чисельного знаходження похідних буде використано метод Грегорі-Ньютона.

2.1.2 Хід розв'язання задачі

Обчислимо непропорційність по похідній 1-го порядку функції $y_2(x)$ по $y_1(x - \tau)$,

$$\begin{aligned} Z_{y_2 y_1}(x, \tau) &= @d_{y_2(x, \tau)}^{(1)} y_1(x) = \\ &= \frac{y_2(x)}{y_1(x, \tau)} - \frac{y_2'(x)}{y_1'(x, \tau)} = \frac{ky_1(x - \tau_{\text{тр}}) + \eta(x)}{y_1(x, \tau)} - \frac{ky_1'(x - \tau_{\text{тр}}) + \eta'(x)}{y_1'(x, \tau)} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Треба підібрати $\tau = \tau_{\text{тр}}$. Тоді (2.2) приймає вид:

$$Z_{y_2 y_1}(x, \tau_{\text{тр}}) = \frac{\eta(x)}{y_1(x - \tau_{\text{тр}})} - \frac{\eta'(x)}{y_1'(x - \tau_{\text{тр}})} \quad (2.3)$$

Із (2.3) отримаємо вираз для $\eta'(x, \tau_{\text{тр}})$:

$$\eta'(x, \tau_{\text{тр}}) = \eta(x, \tau_{\text{тр}}) \frac{y_1'(x - \tau_{\text{тр}})}{y_1(x - \tau_{\text{тр}})} - Z_{y_2 y_1}(x, \tau_{\text{тр}}) y_1'(x - \tau_{\text{тр}}) \quad (2.4)$$

Це лінійне диференціальне рівняння 1-го порядку.

$$\frac{d\eta(x, \tau_{\text{тр}})}{dx} + P(x, \tau_{\text{тр}}) \eta(x, \tau_{\text{тр}}) = Q(x, \tau_{\text{тр}}), \quad (2.5)$$

$$\text{Де } P(x, \tau_{\text{тр}}) = -\frac{y_1'(x - \tau_{\text{тр}})}{y_1(x - \tau_{\text{тр}})};$$

$$Q = -Z_{y_2 y_1}(x, \tau_{\text{тр}}) y_1'(x - \tau_{\text{тр}}).$$

Шукаємо рішення у вигляді добутку двох функцій $u(x, \tau_{\text{тр}})$ та $v(x, \tau_{\text{тр}})$.

$$\eta(x, \tau_{\text{тр}}) = u(x, \tau_{\text{тр}}) v(x, \tau_{\text{тр}}) \quad (2.5.1)$$

$$\frac{d\eta(x, \tau_{\text{тр}})}{dx} = u'v + uv' \quad (2.6)$$

Підставимо в (2.5).

$$u'v + uv' + Puv = Q$$

$$u(v' + pv) - vu' = Q \quad (2.7)$$

Функція « v » в (2.7) підбирається так, щоб

$$v' + pv = 0. \quad (2.8)$$

Розділимо змінні в (2.8)

$$\frac{dv}{v} = -P dx \quad (2.9)$$

Інтегруємо (2.9)

Отримуємо:

$$v = c_1 e^{-\int p dx}$$

Нам досить, щоб $v(x) \neq 0$. Тому беремо $v = e^{-\int p dx}$.

Конкретно в якості $v(x)$ можна взяти $y_1(x)$. Дійсно, якщо в (2.8) підставити $y_1(x)$, то отримаємо:

$$v' + pv = y_1' - \frac{y_1'}{y_1} y_1 = 0.$$

Тобто умова (2.8) для $v = y_1$, виконується.

Підставимо знайдене $v(x) = y_1(x)$ в (2.7).

Враховуючи (2.8), отримаємо:

$$v(x) \frac{du}{dx} = Q(x) \text{ або } \frac{du}{dx} = \frac{Q(x)}{v(x)}$$

Відкіля:

$$u = \int \frac{Q(x)}{v(x)} dx + c.$$

Підставляючи « u » і « v » в (2.5.1), отримаємо:

$$\eta(x, \tau_{\text{тр}}) = y_1(x - \tau_{\text{тр}}) \int \frac{-Z_{y_2 y_1}(x, \tau_{\text{тр}}) y_1'(x - \tau_{\text{тр}})}{y_1(x - \tau_{\text{тр}})} + c y_1(x - \tau_{\text{тр}}), \quad (2.10)$$

де C – константи.

Виділимо $\eta(x, \tau_{\text{тр}})$ (2.10) від $y_2(x)$.

Отримаємо різницю $\Delta(x, \tau_{\text{тр}})$.

$$\Delta(x, \tau_{\text{тр}}) = y_2(x) + \eta(x, \tau_{\text{тр}}) - \eta(x, \tau_{\text{тр}}) = k y_1(x - \tau_{\text{тр}}) + \eta(x, \tau_{\text{тр}}) - \eta(x, \tau_{\text{тр}}) - c y_1(x - \tau_{\text{тр}}) = (k - c) y_1(x - \tau_{\text{тр}}), \quad (2.11)$$

Де $(k - c)$ – невідоме.

Обчислимо непропорційність по похідній 1-го порядку різниці $\Delta(x, \tau_{\text{тр}})$ по

$y_1(x - \tau_{\text{тр}})$:

$$Z_{\Delta y_1}(x, \tau_{\text{тр}}) = \frac{\partial d^{(1)} \Delta(x, \tau_{\text{тр}})}{y_1(x - \tau_{\text{тр}})} = \frac{\Delta(x, \tau_{\text{тр}})}{y_1(x - \tau_{\text{тр}})} - \frac{\Delta'(x, \tau_{\text{тр}})}{y_1'(x - \tau_{\text{тр}})} = \frac{(k-c)y_1(x-\tau_{\text{тр}})}{y_1(x-\tau_{\text{тр}})} - \frac{(k-c)y_1'(x-\tau_{\text{тр}})}{y_1'(x-\tau_{\text{тр}})} = 0. \quad (2.12)$$

Таким чином, признаком того, що підібрана затримка сигналу $y_1(x + \tau_{\text{тр}})$ на $\tau = \tau_{\text{тр}}$, являється рівність нулю $Z_{\Delta y_1}(x, \tau_{\text{тр}})$ (2.12).

При розв'язанні задачі отримання $\eta(x, \tau_{\text{тр}})$ (2.10) відбувається за допомогою методу Рунге-Кутта 4-го порядку.

3 ПРОЄКТУВАННЯ І РЕАЛІЗАЦІЯ

3.1 Алгоритми розв'язання задачі

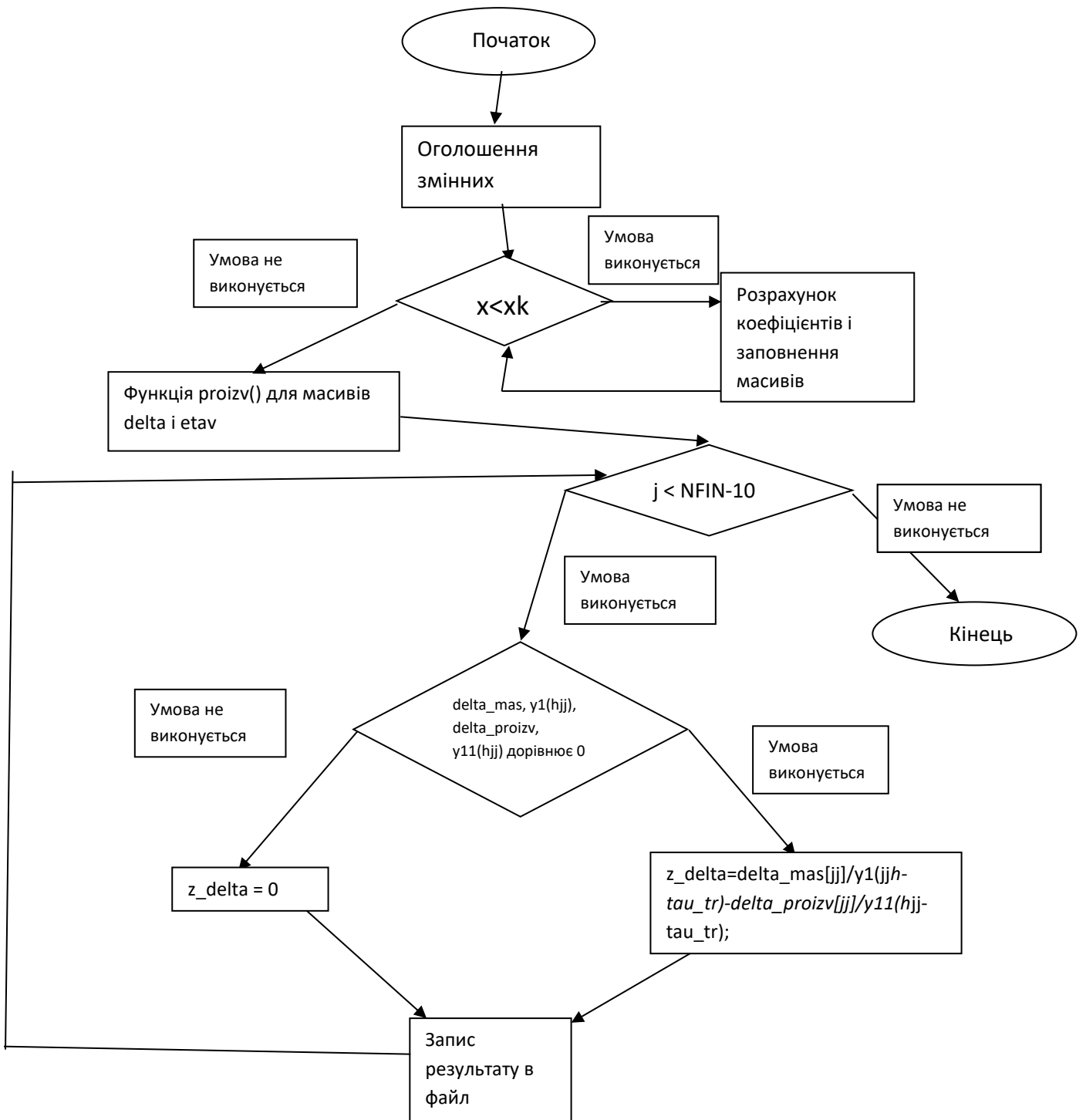
При описанні алгоритму вживаються ідентифікатори, приведені в табл. 3.1.

Таблиця 3.1. Позначення змінних в програмній реалізації.

Змінні	Ідентифікатори	Пояснення
x	x	Час
x_0, h, x_k	x_0, h, x_k	Початкове значення, крок його нарощування і кінцеве значення.
$y_1(x), y_2(x)$	$y1(x), y2(x)$	Функції обчислення $y1(x), y2(x)$
$y'_1(x), y'_2(x)$	$y11(x), y21(x)$	Функції обчислення похідних.
$\eta(x), \eta'(x)$	$eta(x), eta_proizv(x)$	Завади та її похідна.
$\tau, \tau_{тр}$	tau, tau_tr	Затримка сигналу $y1(x-\tau)$ та транспортне запізнювання
$\eta(x, \tau_{тр}), \eta'(x, \tau_{тр})$	$etav, etav_mas[NF/N], etav_proizv[NF/n]$	Обчислена завада, масив її значень і масив її похідних.
-	NF/N	Кількість елементів масивів.
$Z_{y_2 y_1}(x)$	$Z(x)$	Функція обчислення непропорційності $y2(x)$ по $y1(x)$
$\Delta(x, \tau_{тр})$	$delta_mas[NF/N]$	Різниця між $y2(x)$ та $\eta(x, \tau_{тр})$ та її похідних.
$\Delta'(x, \tau_{тр})$	$delta_proizv[NF/N]$	
$Z_{\Delta y_1}(x, \tau)$	Z_delta	Непропорційність Δ по

		y1.
-	k1,k2,k3,k4	Коефіцієнти.
-	ff(x,etav)	Функція, яка застосована при використанні методу Рунге-Кутта.
-	t[NF/N]	Масив значень часу
-	ii	Лічильник часу
L, v	L,v	Відстань між датчиками та швидкість
-	proizv()	Функція обчислення похідних

3.1.1 Блок-схема



3.2 Інструкція для користування

Програма написана мовою Borland C++.

Програмна реалізація (А.1).

Файл bak_krav.cpp 5 Кбайт.

Робоча програма bak_krav.exe

Дані вводяться із клавіатури.

Результати заповнюються в файл bak_krav.txt 4 Кбайт.

3.3 Контрольні приклади

Перевіримо працездатність алгоритму і програми на контрольному прикладі.

В контрольному прикладі задамо:

$$y_1(x) = \exp(x) + 10 \sin(x).$$

$$\eta(x) = \exp(2x) - \eta(0). \text{ Умова: } \eta(0)=0.$$

$$y_2(x) = ky_1(x) + \eta(x), \text{ де } k=3.$$

Далі ми будемо досліджувати два випадки:

- 1) $\tau = 0, \tau_{\text{тр}} = 0,01$. Якщо $\tau \neq \tau_{\text{тр}}$ тоді $Z_{\Delta y_1} \neq 0$.

Результати приведені в табл. 3.2

Таблиця 3.2 Для усіх значень x , $Z_{\Delta y_1} \neq 0$

x	delta_mas	delta_proizv	z_delta
0.000000	2.67015	0	3
0.005000	2.81705	29.3848	0.308378
0.010000	2.964	29.3972	0.291528
0.015000	3.11102	29.409	0.276434
0.020000	3.25809	29.4203	0.262836
0.025000	3.40522	29.431	0.250522
0.030000	3.5524	29.441	0.23932
0.035000	3.69963	29.4505	0.229087
0.040000	3.8469	29.4593	0.219703
0.045000	3.99422	29.4676	0.211066
0.050000	4.14158	29.4752	0.203092
0.055000	4.28897	29.4823	0.195708
0.060000	4.4364	29.4888	0.188851
0.065000	4.58386	29.4946	0.182468
0.070000	4.73134	29.4999	0.17651
0.075000	4.87886	29.5046	0.170938
0.080000	5.02639	29.5087	0.165716
0.085000	5.17394	29.5122	0.160811
0.090000	5.32151	29.5151	0.156197
0.095000	5.46909	29.5174	0.151848
0.100000	5.61668	29.5191	0.147743
0.105000	5.76428	29.5203	0.143862

0.110000	5.91189	29.5208	0.140187
0.115000	6.05949	29.5208	0.136702
0.120000	6.20709	29.5201	0.133394
0.125000	6.35469	29.5189	0.13025
0.130000	6.50228	29.5171	0.127258
0.135000	6.64986	29.5147	0.124407
0.140000	6.79743	29.5117	0.121688
0.145000	6.94498	29.5081	0.119092
0.150000	7.09251	29.504	0.116611
0.155000	7.24001	29.4993	0.114238
0.160000	7.3875	29.4939	0.111966
0.165000	7.53495	29.4881	0.109789
0.170000	7.68238	29.4816	0.107701
0.175000	7.82977	29.4745	0.105698
0.180000	7.97712	29.4669	0.103774
0.185000	8.12444	29.4587	0.101924
0.190000	8.27171	29.4499	0.100145
0.195000	8.41893	29.4406	0.0984331

2) $\tau = 0,01$, $\tau_{\text{тр}} = 0,01$. Якщо $\tau = \tau_{\text{тр}}$ тоді $Z_{\Delta y_1} = 0$.

У випадку, коли $Z_{\Delta y_1}(x) = 0$, обчислюється також швидкість $v = L/\tau_{\text{тр}}$.

Результати в табл. 3.3

Таблиця 3.3 Для усіх значень x , $Z_{\Delta y_1}(x) = 0$

x	delta_mas	delta_proizv	z_delta	jj	speed m/sec
0.000000	0.25	10.9448	-	-	-
0.005000	2.83504	113.656	-	-	-
0.010000	3	33	-5.68212e-09	3	10
0.015000	3.16504	33.0147	-4.89065e-09	4	10
0.020000	3.33015	33.0287	-4.24229e-09	5	10
0.025000	3.49532	33.042	-3.70597e-09	6	10
0.030000	3.66056	33.0546	-3.25822e-09	7	10
0.035000	3.82587	33.0666	-2.88144e-09	8	10

0.040000	3.99123	33.0779	-2.56197e-09	9	10
0.045000	4.15664	33.0885	-2.28918e-09	10	10
0.050000	4.32211	33.0984	-2.05488e-09	11	10
0.055000	4.48763	33.1077	-1.85229e-09	12	10
0.060000	4.65319	33.1163	-1.67636e-09	13	10
0.065000	4.81879	33.1243	-1.52262e-09	14	10
0.070000	4.98443	33.1315	-1.38779e-09	15	10
0.075000	5.1501	33.1381	-1.26893e-09	16	10
0.080000	5.31581	33.1441	-1.16371e-09	17	10
0.085000	5.48154	33.1493	-1.07023e-09	18	10
0.090000	5.6473	33.1539	-9.8694e-10	19	10
0.095000	5.81308	33.1578	-9.12331e-10	20	10
0.100000	5.97888	33.1611	-8.45424e-10	21	10
0.105000	6.14469	33.1637	-7.85121e-10	22	10
0.110000	6.31052	33.1656	-7.30761e-10	23	10
0.115000	6.47635	33.1669	-6.81415e-10	24	10
0.120000	6.64218	33.1675	-6.36698e-10	25	10
0.125000	6.80802	33.1675	-5.95991e-10	26	10
0.130000	6.97386	33.1667	-5.58791e-10	27	10
0.135000	7.13969	33.1654	-5.24884e-10	28	10
0.140000	7.30551	33.1633	-4.93712e-10	29	10
0.145000	7.47132	33.1607	-4.65142e-10	30	10
0.150000	7.63711	33.1573	-4.38933e-10	31	10
0.155000	7.80289	33.1533	-4.14566e-10	32	10
0.160000	7.96865	33.1486	-3.92251e-10	33	10
0.165000	8.13438	33.1433	-3.71606e-10	34	10
0.170000	8.30008	33.1374	-3.52322e-10	35	10
0.175000	8.46575	33.1307	-3.346e-10	36	10

0.180000	8.63139	33.1235	-3.18052e-10	37	10
0.185000	8.79698	33.1155	-3.02605e-10	38	10
0.190000	8.96254	33.107	-2.88329e-10	39	10
0.195000	9.12805	33.0977	-2.74843e-10	-	-

Знайдена швидкість руху стрічки $v = 10$ м/с.

Отже, отримані результати свідчать про те, що алгоритм і комп'ютерна програма [А.1] працюють правильно.

Висновки

Розроблено алгоритм і комп'ютерну програму [А.1] для моделювання роботи безконтактного оперативного вимірювання швидкості за допомогою функції непропорційності.

Комп'ютерна програма може бути використана також для безпосереднього вимірювання швидкості руху у випадку, якщо в якості вхідних даних подавати оцифровані дані від двох датчиків випромінювання.

Список літератури

1. **Айвазян С.А., Бежаева З.И., Староверов О.В.** Классификация многомерных наблюдений. – М.: Статистика, 1973. — 240 с.
2. **Медіченко М.П., Литвинов В.П.** Радіотехнічні ланцюги і сигнали: Навчальний посібник. – М.: Изд-во МГОУ, 2011. стр. 155-161
3. **Коломієць С. В.** Теорія випадкових процесів [Текст] : практикум / С. В. Коломієць ; Державний вищий навчальний заклад “Українська академія банківської справи Національного банку України”. – Суми : ДВНЗ “УАБС НБУ”, 2011. – 80 с.
4. **М.Є. Фриз**, к.т.н., ТДТУ ім. І.Пулюя, Тернопіль **Л.М. Щербак**, д.т.н., НАУ, Київ «Властивість перемішування та ергодичність лінійних процесів у задачах математичного моделювання та статистичного аналізу випадкових сигналів» 2.02.2009р. с. 53-57
5. Thess, A., Votyakov, E. and Kolesnikov, Y. Lorentz Force Velocimetry. Phys. Rev. Lett. 96, 2006
6. **Калмыков Н. Н., Вербицкий В. И., Соловьев В. В. , Мельников С. А., Дядьков Н. А.** [RU2498344C2(Patent)] Корреляционный измеритель высоты и составляющих вектора 2012 р.
7. **Ляшенко М. Я.** Чисельні методи: Підручник / М. Я. Ляшенко, М. С. Головань. – К.: Либідь, 1996. – 288 с.
8. **Амосов А. А.** Вычислительные методы для инженеров: учеб. пособ. / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова. – М.: Высшая школа, 1994. – 554 с.
9. **Авраменко, В. В.** Система кореляційного розпізнавання еталонного сигналу [Текст] / В. В. Авраменко, М. А. Михайлішин // Інформатика, математика, автоматика : матеріали та програма науково-технічної

конференції, м. Суми, 16-21 квітня 2012 р. / Відп. за вип. С.І. Проценко. – Суми : СумДУ, 2012. – С. 59.

10. **Анікушин, А. В.** Чисельні методи оптимізації та моделювання процесів, що описуються лінійними інтегро-диференціальними рівняннями [Текст] : автореферат... канд. техн. наук, спец.: 01.05.02 - математичне моделювання та обчислювальні методи / Анікушин А. В. – К. : Київський нац. ун-т ім. Т. Шевченка, 2011. – 20 с.
11. **Авраменко, В. В.** Система виявлення кореляції між випадковим процесом та амплітудно-частотною характеристикою квазістаціонарного об'єкту [Текст] / В. В. Авраменко, О. К. Сергієнко // Сучасні інформаційні системи і технології : матеріали Другої міжнародної науково-практичної конференції, м. Суми, 21-24 травня 2013 р. / Ред.кол.: А.С. Довбиш, О.А. Борисенко, О.В. Бондар. – Суми : СумДУ, 2013. – С. 55-56.
12. **Авраменко, В. В.** Характеристики непропорциональности числовых функций и их применение при решении задач диагностики [Текст] / В. В. Авраменко // Вісник Сумського державного університету. Серія Технічні науки. – 2000. – № 16. – С. 12-20.
13. **Глуценко, Л. О.** 1268 Методичні вказівки до виконання та оформлення розрахункової роботи з дисципліни "Програмне забезпечення ЕОМ" [Текст] : для студ. денної форми навчання напряму 0802 / Л. О. Глуценко, Т. В. Пташник. – Суми : СумДУ, 2007. – 40 с. – 2-90.
14. Чисельні методи в комп'ютерних науках [Текст] : навч. посіб. Т.2 / В. А. Андруник, В. А. Висоцька, В. В. Пасічник [та ін.] ; за ред. В.В. Пасічника. – Львів : Новий Світ-2000, 2018. – 536 с.
15. **Бахвалов Н. С.** Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – М.: Наука, 1987. – 630 с.
16. **Чабан В.** Чисельні методи / В. Чабан. – Львів: Вид. Нац. ун-ту "Львівська політехніка", 2001. – 186 с

17. ГОСТ 30457-97: Акустика. Определение уровней звуковой мощности источников шума на основе интенсивности звука. Измерение в дискретных точках. Технический метод ИПК Издательство стандартов (1998 г.)
18. **Коломієць С. В.** Теорія випадкових процесів [Текст] : практикум / С. В. Коломієць ; Державний вищий навчальний заклад “Українська академія банківської справи Національного банку України”. – Суми : ДВНЗ “УАБС НБУ”, 2011. – 80 с

Додаток А

А.1 Програмна реалізація

```
#include<stdio.h>
#include<math.h>
#include<conio.h>
#include <stdlib.h>
#define NFIN 50
double t[NFIN],delta_mas[NFIN],delta_proizv[NFIN];
double etav_mas[NFIN],etav_proizv[NFIN];
double z_delta;
void proizv(double *y,double*dy_r,int n,double h);

double alfa1=1,alfa_eta=2,k=3;
double v,L=0.1,tau_tr=0.01,tau=0;

double y1(double x)
{
return exp(x)+10*sin(x);
}

double y11(double x)
{
return exp(x)+10*cos(x);
}

double eta_0()
{
return exp(alfa_eta*0);
}
```

```
double eta(double x)
{
return exp(alfa_eta*x)-eta_0();
}
```

```
double eta_proizv(double x)
{
return alfa_eta*exp(alfa_eta*x);
}
```

```
double y2(double x)
{
double v;
v=k*y1(x-tau_tr)+eta(x);
return v;
}
```

```
double y21(double x)
{
double v;
v= k*y11(x-tau_tr)+eta_proizv(x);
return v;
}
```

```
double z(double x)
{
double v;
v=y2(x)/y1(x-tau)-y21(x)/y11(x-tau);
}
```

```
return v;  
}
```

```
double ff(double x, double etav)  
{  
double v;  
v=y11(x-tau)*(etav/y1(x-tau)-z(x));
```

```
return v;  
}
```

```
void main()  
{  
double k1,k2,k3,k4;  
double x,x0=0,h=0.005,xk;  
double etav0=0,etav;  
double delta;  
FILE*p;  
xk=NFIN*h;  
system("cls");  
p=fopen("C:\\Temp\\bak_krav.txt","w");  
etav=etav0;  
int ii=0;  
x=x0;  
t[ii]=0;  
delta=y2(x)-etav;  
delta_mas[ii]=delta;
```

```

while(x<xk)
{
k1=ff(x,etav);
k2=ff(x+h/2,etav+h*k1/2);
k3=ff(x+h/2,etav+h*k2/2);
k4=ff(x+h,etav+h*k3);
etav+=h*(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;

x+=h;
t[++ii]=x;
etav_mas[ii]=etav;

delta= y2(x)-etav;
delta_mas[ii]=delta;

}

proizv(delta_mas,delta_proizv,NFIN, h);
proizv(etav_mas,etav_proizv,NFIN, h);

for(int jj=0;jj<NFIN-10;jj++)
{
if(delta_mas[jj]==0 && y1(h*jj)==0 && delta_proizv[jj]==0 && y11(h*jj)==0)
z_delta=0;
else
{

z_delta=delta_mas[jj]/y1(jj*h-tau_tr)-delta_proizv[jj]/y11(h*jj-tau_tr);
if(fabs(z_delta)<1e-6)

```

```

{
v=L/tau_tr;
fprintf(p,"\n jj=%i speed=%lg m/sec\n",jj,v);
}

}
fprintf(p,"\n nx=%lf delta_mas=%lg delta_proizv=%lg
z_delta=%lg\n",jj*h,delta_mas[jj],delta_proizv[jj],z_delta);
}

puts("FINISH!");
}

void proizv(double *y,double*dy_r,int n,double h)
{
int i;
double*dy1=new double[2*n];
double*dy2=new double[2*n];
double*dy3=new double[2*n];
double*dy4=new double[2*n];
double*dy5=new double[2*n];
double*dy6=new double[2*n];
double*dy_t=new double[2*n];
double*dy_grub=new double[2*n];
for(i=0;i<n-1;i++)
dy1[i]=y[i+1]-y[i];
for(i=0;i<n-2;i++)
dy2[i]=dy1[i+1]-dy1[i];
for(i=0;i<n-3;i++)

```



```
dy3[i]=dy2[i+1]-dy2[i];
for(i=0;i<n-4;i++)
dy4[i]=dy3[i+1]-dy3[i];
for(i=0;i<n-5;i++)
dy5[i]=dy4[i+1]-dy4[i];
for(i=0;i<n-6;i++)
dy6[i]=dy5[i+1]-dy5[i];
for(i=1;i<n-6;i++)
{
dy_r[i]=(dy1[i-1]+dy2[i-1]/2-dy3[i-1]/6+dy4[i-1]/12-dy5[i-1]/20+dy6[i-1]/30)/h;
}
delete[]dy1;
delete[]dy2;
delete[]dy3;
delete[]dy4;
delete[]dy5;
delete[]dy6;
delete[]dy_t;
delete[]dy_grub;
}
```